

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 28 giugno 2014



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 10}{x - 4}}$$

Dominio	$E = [2, 4) \cup [5, +\infty)$
Positività	$P = E$
Intersezioni	$A(2;0) \quad B(5;0)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log(x^2 + 3x + 4)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x+3}{x^2+3x+4} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-3/2; \log(7/4)) \quad \text{cresce in } (-3/2, +\infty)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x^4 \cdot e^x$

Derivata prima	$f' = x^3 \cdot (x+4) \cdot e^x \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = x^2 \cdot (x^2 + 8x + 12) \cdot e^x$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-6; 1.296/e^6) \quad F_2(-2; 16/e^2)$ convessa in $(-\infty, -6) \cup (-2, 0) \cup (0, +\infty)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{3x^5 - x^4 + 3x^3 - 2x + 4}{(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 16)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-1, 1, -4, 4\}$
As. verticali	$x = -1, x = 1, x = -4, x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x - 1$

Domande teoriche

- 1) Il teorema di De L'Hospital con esempio (punti 3)
- 2) Classificazione dei punti stazionari (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^4 \frac{4x-3}{5x+2} dx \quad \text{e} \quad \int 3(x+1)^2 \cdot \log(x+1) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{25}(20x+8-23\log(5x+2))$ $\frac{1}{25}\left(60-23\log\frac{22}{7}\right) \approx 1,3465$
Integrale indefinito	$(x+1)^3 \cdot \log(x+1) - \frac{1}{3}(x+1)^3 + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 3y + 2z = 1 \\ -x + k \cdot y + 2z = 4 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq 7/3; 1$: sol. unica $k = 7/3$: incompatibile $k = 1$: incompatibile
Soluzioni	$\left(x = \frac{-k}{3k^2-10k+7}; y = \frac{8k-7}{3k^2-10k+7}; z = \frac{2k^2-17k+14}{3k^2-10k+7} \right)$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 - 5x \cdot y - 3y^2 + 5x + 6y + 4$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - 6y = 2$.

Derivate parziali	$f_x = 2x - 5y + 5 \quad f_y = -5x - 6y + 6$
Estremi liberi	$S(0;1) \quad z = 7 \quad H = -37$
Estremi vincolati	$M(14/3; 11/9) \quad \lambda = 37/9 \quad z = 211/9$ $H = 72$

Domande teoriche.

3) Il teorema della media con esempi (punti 4, 4*)

4) Definizione di derivate parziali (punti 3*)

5) La compatibilità dei sistemi lineari (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.

*Punteggi II parte contrassegnati con *.*